Matematikte Bilgisayar Uygulamaları

DERS 9 MATHEMATICA İLE PROGRAMLAMA -3 VE DİFERANSİYEL DENKLEMLER

DR. MURAT GEZER

Mathematica’da Karar yapıları

Yazdığımız Mathematica uygulaması içerisinde belli durumda işlem yapılmasını istediğimiz zaman kullandığımız yapılardır.

En kolay durumdaki kullanımı

If[durum,t,f]

Şeklindedir. Bunların dışında

Which,Switch,Piecewise yapılarıda bulunmaktadır.

If[] yapısına ait örnekler

```
In[]:=x=3;
      y=-3;
      f[x_] := If[x > 0, "Sıfırdan Büyük", "Sıfırdan Küçük"];
```

If[] yapısına ait örnekler

Mükemmel kareler tarafından aynı numarayı iki kere çarpılır tarafından elde edilebilir rakamlardır. Örneğin, 3 kez 3 dokuz, bu nedenle 3 9 kare köküdür. Bir sayının Mükemmel Kare olup olmadığını program yazınız.

```
In[7]:= squareQ[n_] := If[Floor[N[Sqrt[n]]]^2 == n, True, (*Mükemmel Kare*)False
    (*Mükemmel Kare değil*)]

In[8]:= squareQ[4]

Out[8]= True

In[9]:= squareQ[16]

Out[9]= True

In[10]:= squareQ[255]

Out[10]= False
```

Karışık Programlama Örnekleri

İlk 100 Fibonacci sayısı içersinde Asal olan sayıları ekrana yazan program yazınız.

Bilgi: Her sayının kendisinden önce gelen iki sayının toplamı şeklinde yazılıp devam ettiği sayı dizisine Fibonacci Sayı Dizisi denir.

Çözüm

Önce Fibonacci sayısı için fonksiyon yazalım

```
In[26]:= Clear[fib]
(*öncellikle Fibonacci Sayısı hesaplayan Fonksiyon tanımlıyoruz*)
fib[1] = 1; fib[2] = 1;
fib[n_] := fib[n] = fib[n - 1] + fib[n - 2]
```

Çözüm devam

Şimdi fib[n] nin Asal olup olmadığını kontrol eden yapıyı yazalım.

```
Clear[asalmi]

(* Fibonacci Sayısının asal olup olmadığını kontrol edelim *)

asalmi[n_] := If[PrimeQ[fib[n]], Print[n, ". Fibonacci sayısı asaldır ve değeri", fib[n]]]
```

```
In[30]:= asalmi[3]

         3. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri2

In[31]:= asalmi[5]

         5. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri5

In[32]:= asalmi[6]
```

Çözüm devam

İlk 100 sayı olduğu için döngü şeklinde yazalım

```
In[33]:= Do[asalmi[n], {n, 1, 100}]

3. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri2
4. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri3
5. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri5
7. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri13
11. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri89
13. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri233
17. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri1597
23. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri28 657
29. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri514 229
43. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri433 494 437
47. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri2 971 215 073
83. Fibonacci sayısı asaldır ve değeri99 194 853 094 755 497
```

Diferansiyel Denklemler

Dsolve komutu kullanılmaktadır. En basit hallinde kullanımı

$$\text{DSolve}[\mathit{denklem}, y[x], x]$$

şeklindedir.

$$\text{DSolve}[\{eqn_1, eqn_2, \ldots\}, \{y_1[x], y_2[x], \ldots\}, x]$$

İse denklem sisteminin çözümünü verir.

Soru

$y' + y = x$ diferansiyel denklemi için genel çözümü bulunuz.

```
In[8]:= DSolve[{y'[x] + y[x] == x}, y[x], x]

Out[8]= {{y[x] → -1 + x + e^-x C[1]}}
```

Örnekler

Soru:

$y' = y$ denklemi için

A) Genel Çözümü bulunuz

B) y(0)=1 ve -3≤x≤2 için çözümü çizdirin

Cevap a şıkkı

```
In[21]:= DSolve[{y'[x] == y[x]}, y[x], x]

Out[21]= {{y[x] → e^x C[1]}}
```

Cevap b şıkkı

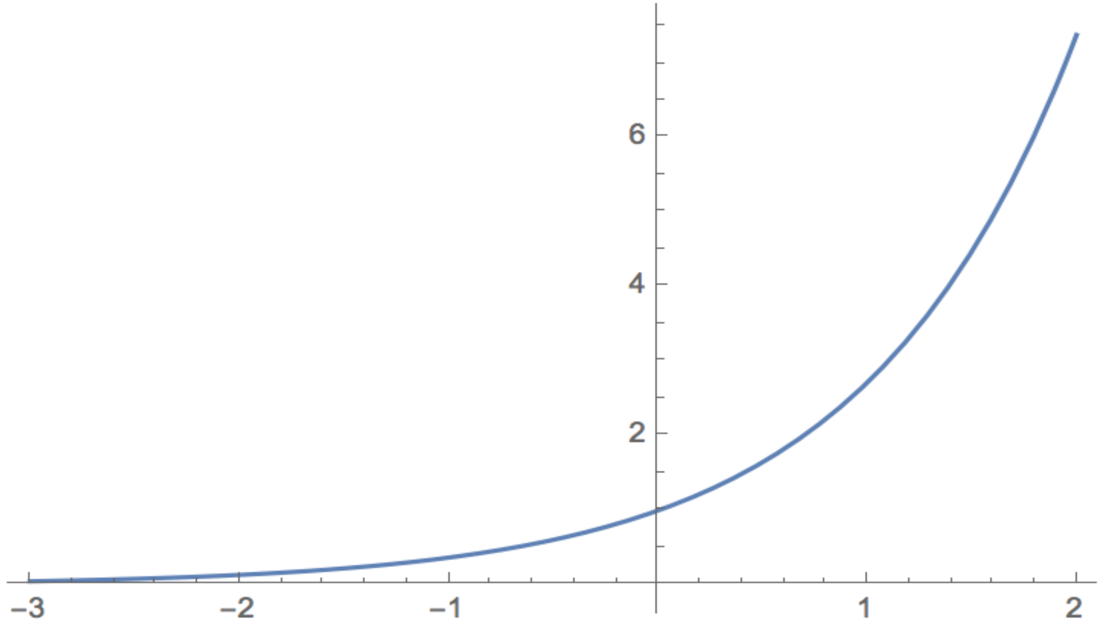
```
In[1]:= Clear[x, y, sol]
        sol = DSolve[{y'[x] == y[x], y[0] == 1}, y[x], x]
```

Out[2]= $\{\{y[x] \to e^{x}\}\}$

/. Yerine koy

```
In[3]:= Plot[y[x] /. sol, {x, -3, 2}]
```

Out[3]=



Soru

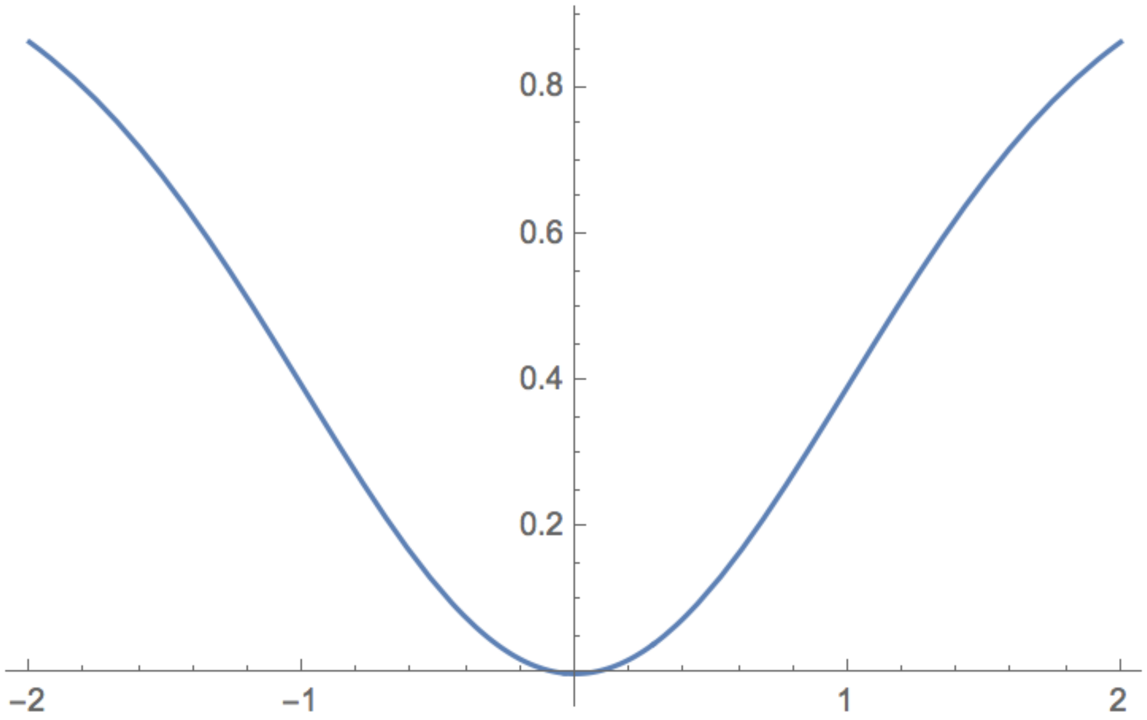
$y' + xy = x \;\; y(0) = 0$ başlangıç değerli diferansiyel denklemi için özel çözümü bulunuz ve grafiğini çizdiriniz.

```
Clear[x, y, sol]

In[19]:= sol = DSolve[{y'[x] + x*y[x] == x, y[0] == 0}, y[x], x]
         Plot[y[x] /. sol, {x, -2, 2}]
```

Out[19]= $\left\{\left\{y[x] \to e^{-\frac{x^2}{2}}\left(-1 + e^{\frac{x^2}{2}}\right)\right\}\right\}$

Out[20]=



Soru

y'' + 4y = 0 denkleminin genel çözümünün f(x) = C1 cos 2x + C2 sin2x olduğunu gösterelim. Burada C1 ve C2 keyfi sabitlerdir.

```
In[10]:= Clear[x, y, sol];
         sol = DSolve[y''[x] + 4*y[x] == 0, y[x], x];
         f[x] = First[y[x] /. sol];

In[13]:= f[x]

Out[13]= C[1] Cos[2 x] + C[2] Sin[2 x]
```

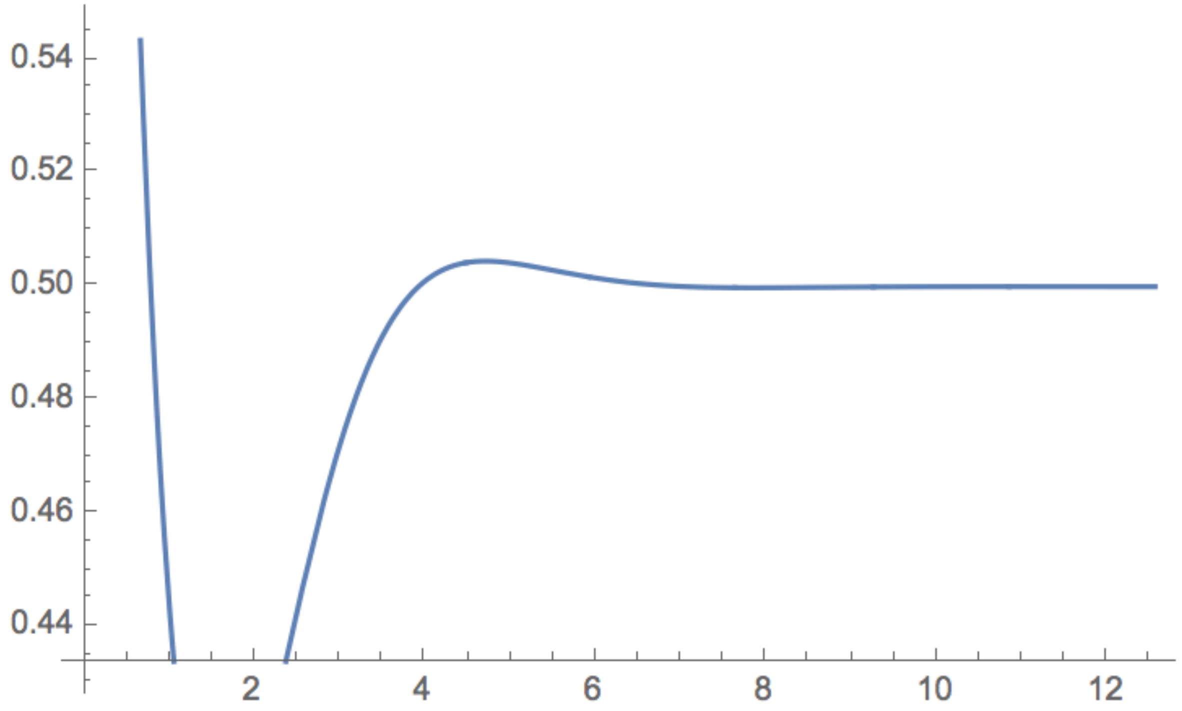
Soru

$y'' + 2y' + 2y = 1 \;\; y(0) = 1 \; ve \; y'(0) = -1$ başlangıç değerli diferansiyel denklemi için özel çözümü bulunuz ve çözümün grafiğini $[0,4\pi]$ aralığında çizdirin

In[25]:=
```
Clear[x, y, sol]
```

In[26]:=
```
sol = DSolve[{y''[x] + 2*y'[x] + 2*y[x] == 1, y[0] == 1, y'[0] == -1}, y[x], x]
Plot[y[x] /. sol, {x, 0, 4*Pi}]
```

Out[26]= $\left\{\left\{y[x] \to \frac{1}{2} e^{-x} \left(e^{x} + \text{Cos}[x] - \text{Sin}[x]\right)\right\}\right\}$

Out[27]= 

Soru

y’-3y=-9x, y(2)=13 lineer başlangıç değer problemini çözünüz.

1. Mertebeden Lineer Diferansiyel denklem çözümü için

$y' + P(x)y = R(x)$ formu olduğunu hatırlayalım. Öyleyse genel çözüm $y = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)R(x)dx + C\right]$ şeklindedir. Burada $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$ şeklindedir

Bu matematiksel ispatı size bırakıyorum.

Matematiksel yol ile çözüm -Siz çözün

y' türevinin katsayısı 1 ve P(x)=-3, R(x)=-9 olduğu görülmekte.

Integral Çarpanı $\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx} = e^{-3x}$ olur.

Bunlar $y = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)R(x)dx + C\right]$ de yerine konursa

$y = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)R(x)dx + C\right]$ ve gerekli adımlar yapılırsa

$y = 3x + 1$ +C^{3x}

Verilen başlangıç şartı ile

$y = 6e^{3x-6} + 3x + 1$ bulunur.

Bilgisayar ile çözüm

```
In[6]:= Clear[x, y, sol];
        sol = DSolve[{y'[x] - 3*y[x] == -9*x}, y[x], x]
```

Out[7]= $\left\{\left\{y[x] \to -9\left(-\frac{1}{9} - \frac{x}{3}\right) + e^{3x}\, C[1]\right\}\right\}$

```
In[36]:= Clear[x, y, sol];
         sol = DSolve[{y'[x] - 3*y[x] == -9*x, y[2] == 13}, y[x], x]
```

Out[37]= $\left\{\left\{y[x] \to \frac{e^{6} + 6\, e^{3x} + 3\, e^{6}\, x}{e^{6}}\right\}\right\}$

```
In[38]:= Simplify[%]
```

Out[38]= $\left\{\left\{y[x] \to 1 + 6\, e^{-6+3x} + 3\, x\right\}\right\}$

Değişkenlerine Ayrılabilir Tipte Birinci Mertebeden Denklem

$y' = 2xy^2, y(2) = -1$ başlangıç değer problemini çözünüz

In[3]:=
```
Clear[x, y, sol];
DSolve[{y'[x] == 2*x*y[x]^2, y[2] == -1}, y[x], x]
```

Out[4]= $\left\{\left\{y[x] \to \frac{1}{3-x^2}\right\}\right\}$

Soru

$y = C1\,x + C2$ nin $x\,y'' + y' = 0$ denkleminin genel çözümü olduğunu gösteriniz.

Soru

$y''(3-x)+y'x-y=0$ ikinci derece diferansiyel denklemi için çözümü yapınız . $C1=1$ ve $C2=0$ olduğu durumda özel çözüm ne olur

Soru

$y' + \frac{1}{x+1}y = 5x^2, y(2) = 3$ başlangıç değer problemini çözünüz

Deneyin ☺

```
screenshot = CurrentImage[];
region = FindFaces[screenshot];
Show[screenshot,
Graphics[{EdgeForm[{Red, Thick}], Opacity[0], Rectangle @@@ region}]]
```