

Lorem Ipsum Dolor

Matematikte Bilgisayar Uygulamaları

Hafta 3
Dr. Murat Gezer

Liste Kavramı

- ❖ İşlemler yaparken nesnelere bir araya getirmek çoğu zaman kolaylıklar sağlamaktadır.
- ❖ Mathematica'da nesnelere topluluğuna Liste adı verilmektedir.
- ❖ Listeler sayesinde, vektörler, matrisler, tensörler, parametre ayarları saklanabilmektedir.
- ❖ Matematikteki küme kavramına denk olarak algılayabiliriz

Liste oluşturmak

- ❖ Liste oluşturmak için { } kullanılır.
{nesne1 , nesne2,...}
- ❖ Örneğin:
a={1,2,3,4}
b={A,B,C}
- ❖ Bir başka yolu List fonksiyonunu kullanmaktır
a= List[1,2,3,4]

Liste oluşturmak

```
In[5]:= c = {a, 3, 4, 5, b}
Out[5]= {{1, 2, 3, 4}, 3, 4, 5, {A, B, C}}
```

```
In[6]:= ? c
```

Global`c

```
c = {{1, 2, 3, 4}, 3, 4, 5, {A, B, C}}
```

- ❖ Range fonksiyonu ile belli aralıktaki listeyi oluşturabilirsiniz
- ❖ Range[5]
{1,2,3,4,5}
- ❖ Range[başlangıçdegeri,bitişdegeri,artırım]

Liste oluşturmak - soru

- ❖ `baslangicdegeri=1;`
- ❖ `bitisdegeri=10;`
- ❖ `artirim=0.5;`
- ❖ `a=List[baslangicdegeri,bitisdegeri,artirim];`
- ❖ **?a**
- ❖ `b=Range[baslangicdegeri,bitisdegeri,artirim];`
- ❖ **?b**

```
In[18]:= baslangicdegeri = 1;  
bitisdegeri = 10;  
artirim = 0.5;  
a = List[baslangicdegeri, bitisdegeri, artirim];
```

```
In[22]:= ? a
```

```
Global`a
```

```
a = {1, 10, 0.5}
```

```
In[23]:= b = Range[baslangicdegeri, bitisdegeri, artirim];  
? b
```

```
Global`b
```

```
b = {1., 1.5, 2., 2.5, 3., 3.5, 4., 4.5, 5., 5.5, 6., 6.5, 7., 7.5, 8., 8.5, 9., 9.5, 10.}
```

Liste oluşturmak - Soru

- ❖ `baslangicdegeri=1;`
- ❖ `bitisdegeri=10;`
- ❖ `artirim=-1;`
- ❖ `Range(baslangicdegeri,bitisdegeri,artirim]`
- ❖ Ne sonuç verir
- ❖ `baslangicdegeri=15;`
- ❖ `Range(baslangicdegeri,bitisdegeri,artirim]`

In[26]:= **bitisdegeri = 10;**

In[27]:= **artirim = -1;**

In[28]:= **Range[baslangicdegeri, bitisdegeri, artirim]**

Out[28]= **{ }**

In[29]:= **baslangicdegeri = 15;**

In[30]:= **Range[baslangicdegeri, bitisdegeri, artirim]**

Out[30]= **{15, 14, 13, 12, 11, 10}**

Liste oluşturmak - Table fonksiyonu

- ❖ Liste oluşturmak için kullanılan bir başka yöntem Table fonksiyonunu kullanmaktır.
- ❖ `Table[ifade,{i,imin,imax,di}]`
- ❖ Burada **ifade** herhangi bir fonksiyon , değişken olabilir
- ❖ **i** ifade içersinde geçen bir değişken değer.
- ❖ **imin, imax , di** imin,imax, ve di baslangic degeri, bitisdegeri ve artirimiktari.

Liste oluşturmak - Table fonksiyonu

- ❖ Örneğin 2 nin 2 den başlayıp 10 kadar devam eden sayıların karesi için.
- ❖ `Table[2^x, {x, 2, 10}]` yazarsanız sonuç
- ❖ `{4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024}`
- ❖ Olacaktır.

Liste oluşturmak - Table fonksiyonu

- ❖ `Table[i,{i,1,10,2}]`
- ❖ `{1,3,5,7,9}` sonucunu verecektir. Buna karşılık olan `Range` fonksiyonu nedir?
- ❖ Her zaman değişken kullanmak zorunda değilsiniz. Örneğin Rastlantısal Reel sayı üreticisi olan `RandomReal[]` fonksiyonu belli bir parametre almak zorunda olmadığından 5 tane rastlantısal Reel sayı üretmek istersek

`Table[RandomReal[],{5}]`

şeklinde kullanabiliriz. Bize her seferinde 5 tane farklı sayıdan oluşan bir liste verecektir.

Liste oluşturmak - Table fonksiyonu

```
In[37]:= Table[RandomReal[], {5}]
```

```
Out[37]= {0.561391, 0.0123747, 0.990394, 0.219363, 0.165368}
```

```
In[38]:= Table[RandomReal[], {5}]
```

```
Out[38]= {0.181246, 0.896804, 0.0298597, 0.647461, 0.446367}
```

```
In[39]:= Table[RandomReal[], {5}]
```

```
Out[39]= {0.613778, 0.456113, 0.775738, 0.180523, 0.442519}
```

```
In[40]:= Table[RandomReal[], {5}]
```

```
Out[40]= {0.124809, 0.848364, 0.548962, 0.591396, 0.644481}
```

İç içe geçmiş liste oluşturma

- ❖ Mathematica da listeler aslında matematikteki vektörlere karşılık gelmektedir. Bilgisayarcılar bunlara bazı durumlarda **array** olarak adlandırmaktadır.
- ❖ Table fonksiyonu ile iç içe listeler oluşturabilmekteyiz.
- ❖ Örneğin
- ❖ `Table[i+j,{j,1,4},{i,3}]` komutunu ele alalım. Biz buna iç içe geçmiş liste adını veriyoruz.

İç içe geçmiş liste oluşturma

- ❖ $Table[i+j, \{j, 1, 4\}, \{i, 3\}]$ çalışırken önce i nin alabilceği değerleri j nin ilk değeri ile toplar
- ❖ Yani $i = \{1, 2, 3\}$ aldığı için ve j nin ilk değeri 1 olduğu için $i+j$ toplamından $\{2, 3, 4\}$ gelecektir. Sonrasında tekrar i nin değeri alınır ve j nin bir sonraki değeri olan 2 ile toplanır bu $j=4$ olana kadar devam edecektir. Sonuç
- ❖ $\{\{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}, \{4, 5, 6\}, \{5, 6, 7\}\}$
- ❖ Olacaktır. Biz buna iç içe geçmiş liste adını veriyoruz.

İç içe listeden MATRİS formuna

❖ % // MatrixForm

```
In[45]:= % // MatrixForm
```

```
Out[45]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

iç içe listeden Tablo Formuna

❖ `% // TableForm`

```
In[46]:= % // TableForm
```

```
Out[46]//TableForm=
```

2	3	4
3	4	5
4	5	6
5	6	7

iç içe liste dikkat edilmesi gereken nokta

- ❖ Soru 1: $\text{Table}[i+j, \{i, 1, 3\}, \{j, 1, i\}]$ sonucu nedir?
- ❖ Soru 2: $\text{Table}[i+j, \{i, 1, j\}, \{j, 1, 3\}]$ sonucu nedir?
- ❖ Soru 1'in MATRİS formu nasıl olur?

Tablo Form Örnek

- ❖ `data={{“Öğrenci no”,“Vize”},{101,30},{102,60},{103,90},{104,10}};`

```
In[50]:= TableForm[data]
```

```
Out[50]/TableForm=
```

```
Öğrenci no    Vize
101           30
102           60
103           90
104           10
```

```
In[51]:= Grid[data, Frame -> All, Background -> LightBlue, ItemSize -> {Automatic, 1.5}]
```

```
Out[51]=
```

Öğrenci no	Vize
101	30
102	60
103	90
104	10

Array ile Liste oluşturma

- ❖ Fonksiyonların sonuçlarından oluşan bir liste için Array fonksiyonu kullanılabilir
- ❖ $f[x_] := x;$
Array[f,5]
{1,2,3,4,5}
- ❖ $g[y_] := y^2;$
Array[g,3,-2]
Başlangıcı -2 yapıp 3 işlem yapar

Array ile Matris oluşturma

❖ `Array[h,{2,5}]`

```
In[63]:= Array[h, {2, 5}]
```

```
Out[63]= {{h[1, 1], h[1, 2], h[1, 3], h[1, 4], h[1, 5]},  
          {h[2, 1], h[2, 2], h[2, 3], h[2, 4], h[2, 5]}}
```

```
In[64]:= % // MatrixForm
```

```
Out[64]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} h[1, 1] & h[1, 2] & h[1, 3] & h[1, 4] & h[1, 5] \\ h[2, 1] & h[2, 2] & h[2, 3] & h[2, 4] & h[2, 5] \end{pmatrix}$$

Array ile Matris oluşturma

- ❖ Elemanlar (a_{ij}) bulunduğu satır ve sütun indislerine göre $6i-2j^2$ şeklinde oluşturulmuş 5x6 lık bir x matrisi oluşturunuz:

```
In[76]:= Array[6 #1 - 2 #2 ^ 2 &, {5, 6}]
```

```
Out[76]= {{4, -2, -12, -26, -44, -66}, {10, 4, -6, -20, -38, -60},  
          {16, 10, 0, -14, -32, -54}, {22, 16, 6, -8, -26, -48}, {28, 22, 12, -2, -20, -42}}
```

Tuples ile liste oluşturma

- ❖ Bir listedeki elemanların istenen mertebede mümkün olan alt uzaylarını oluşturmak için kullanılmaktadır.
- ❖ Örneğin Bir madeni paranın 3 kez atılması ile oluşabilecek tüm durumlar için
- ❖ `Tuples[{{T,Y},3]`
`{{T, T, T}, {T, T, Y}, {T, Y, T}, {T, Y, Y}, {Y, T, T}, {Y, T, Y}, {Y,`
- ❖ `Y, T}, {Y, Y, Y}}`
- ❖ `Tuples[{{T,Y},3]` ne verir?

NestList ile Liste oluşturma

- ❖ NestList fonksiyonu ile bir ifadeyi birden fazla uygulanarak bir liste oluşturulabilir.
- ❖ h fonksiyonunun x'e dört kez uygulanması :

```
In[85]:= NestList[h, x, 4]
```

```
Out[85]= {x, h[x], h[h[x]], h[h[h[x]]], h[h[h[h[x]]]]}
```

NestList örnekleri

- ❖ Daha önce tanımlamış olduğumuz $f(2)$, $g(5)$ fonksiyonları için sırasıyla 3 ve 5 kere tanımlayınız

```
In[88]:= NestList[f, 4, 3]
```

```
Out[88]= {4, 4, 4, 4}
```

```
In[89]:= ?g
```

```
Global`g
```

```
g[y_] := y2
```

```
In[90]:= NestList[g, 2, 5]
```

```
Out[90]= {2, 4, 16, 256, 65 536, 4 294 967 296}
```

Liste içersinde işlemler

- ❖ Liste içersinde belli sıradaki elemanı almak için kullanmak için `Part[]` fonksiyonu yada kısaca `[[..]]` notasyonu kullanılabilir.
- ❖ Örneğin 10 Elemanlı rastlantısal sayılardan oluşan bir vector adında Liste oluşturup ona ait 7 ci elemanı `x` değişkenine aktaralım.
- ❖ `vector=Table[RandomReal[],{10}]`
- ❖ `x=Part[vector,7]`

Liste içersinde işlemler

```
In[91]:=
```

```
vector = Table[RandomReal[], {10}]
```

```
Out[91]= {0.340074, 0.242195, 0.941273, 0.781297,  
0.0986303, 0.718028, 0.353345, 0.758173, 0.864041, 0.600917}
```

```
In[92]:= x = Part[vector, 7]
```

```
Out[92]= 0.353345
```

❖ `x=vector[[7]]`

Belirli aralıkta eleman almak için

`vector[[2;;5]]`

Bir Listenin sondan belirli bir sıradaki elemanını almak için - kullanıyoruz

`vector[[-2]]`

Bir Listenin belirtilen elemanlarını almak için

`vector[{{2,3,1}}]`

{0.242195, 0.941273, 0.340074}

Liste içersinde işlemler

- ❖ Matris üzerine işlemler.
- ❖ Örneğin `Array[g,{5,5}]` ile 5x5 lik m matrisini tanımlayalım.
- ❖ Bu matrisin 4 satırını almak istersek

```
In[100]:= m = Array[g, {5, 5}]
```

```
Out[100]= {{g[1, 1], g[1, 2], g[1, 3], g[1, 4], g[1, 5]},  
           {g[2, 1], g[2, 2], g[2, 3], g[2, 4], g[2, 5]},  
           {g[3, 1], g[3, 2], g[3, 3], g[3, 4], g[3, 5]},  
           {g[4, 1], g[4, 2], g[4, 3], g[4, 4], g[4, 5]},  
           {g[5, 1], g[5, 2], g[5, 3], g[5, 4], g[5, 5]}}
```

Liste içersinde işlemler

- ❖ Bu matrisin 4 satırını almak istersek
`m[[4]]`
- ❖ Bu matrisin 3 sütunu almak istersek
`m[[A11,3]]`
- ❖ Bu matrisin 4. satırını 3. Elemanını almak istersek
`m[[4,3]]`

dememiz gerekir

Liste içersinde işlemler

```
In[101]:= m[[4]]
```

```
Out[101]= {g[4, 1], g[4, 2], g[4, 3], g[4, 4], g[4, 5]}
```

```
In[102]:= m[All, 3]
```

```
Out[102]= {g[1, 3], g[2, 3], g[3, 3], g[4, 3], g[5, 3]}
```

```
In[103]:= m[[4, 3]]
```

```
Out[103]= g[4, 3]
```

Liste içersinde işlemler

- ❖ Liste içersinde ilk elemanı veya vektörü almak için First, son elemanı almak için Last kullanılabilir.
- ❖ Liste içersinde tek eleman yerine çok eleman almak istiyor isek Take fonksiyonu kullanılmakta örneğin `Take[{1,2,3,4,5},2]` bize ilk iki elemanı geri döndürecektir. - kullanarak işlemi sondan olacak şekilde yapılabilir.
- ❖ `{ }` kullanılırsa Listedeki `{ }` içersinde bulunan aralıktaki elemanlar alınır.
- ❖ Drop fonksiyounu aynen Take gibi .alışmaktadır farkı elemanları listeden çıkartmaktadır.

Liste içersinde İşlemler

- ❖ `Insert[]` fonksiyonu Listenin içersine eleman (nesne) eklemek için kullanılmaktadır.

```
In[113]:= v = Range[5]
```

```
Out[113]= {1, 2, 3, 4, 5}
```

```
In[108]:= Insert[v, a, 3]
```

```
Out[108]= {1, 2, a, 3, 4, 5}
```

```
In[114]:= v
```

```
Out[114]= {1, 2, 3, 4, 5}
```

```
In[115]:= v = Insert[v, a, {{2}, {3}, {1}}]
```

```
Out[115]= {a, 1, a, 2, a, 3, 4, 5}
```

Liste içersinde işlemler

- ❖ `Position[liste,eleman]` bir elemanı liste içersinde yerini bulmak için kullanılmaktadır.
- ❖ Soru ilk 50 asal sayı içersinde bulunan 151 asal sayısının kaçınıncı asal sayı olduğunu bulunuz.
- ❖ `asal=Prime[Range[50]];`
`Position[asal,151];`

-
-
- ❖ Soru: -200'den 200 kadar 3'ün katı olan sayılar içersinde -333 sayısı bu listenin kaçınıcı sırasındadır?

```
In[120]:= v = 3 * Range [-200, 200];
```

```
In[122]:= Flatten [Position[v, -333]] [[1]]
```

```
Out[122]= 90
```

Liste içersinde işlemler

- ❖ Select komutu belirli bir kritere göre listeden eleman seçmede kullanılmaktadır.
- ❖ Örneğin Tek sayıları seçmek için:
`Select[{4,5,7,8,11,33},OddQ]`
- ❖ 12 den büyük yada eşit elemanları seçmek için
- ❖ `Select[{4,5,7,8,11,33},#>=12&]`

`Select[{4, 5, 7, 8, 11, 33}, # < 11 & , -2]` ne sonuç verir?

Araştırın

- ❖ DeleteDuplicates, Prepend, Append, ReplacePart fonksiyonları ne ile yarar nasıl kullanılır?

Mathematica'da Calculus- Limit

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

❖ `Limit[expr,x->a]`

```
In[1]:= Limit[(1 + x/n) ^ n, n -> Infinity]
```

```
Out[1]= ex
```

```
In[2]:= Limit[(3 * x - 1) / (x + 3), x -> 2]
```

```
Out[2]= 1
```

Mathematica'da Calculus- Limit

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$y = f(x) = \frac{5}{2}x + 1$$

fonksiyonunun $x \rightarrow 2$ için limitini bulunuz.

❖ `Limit[(5/2)*x+1,x->2]`

Mathematica'da Calculus- Türev

❖ $f(x)=x^3$ fonksiyonunun x' e göre türevi

$$D[x^3, x]$$

$$3x^2$$

❖ $f(x)=\sin(x)+x^2$ fonksiyonunun x' e göre türevi

Mathematica'da Calculus- Türev

- ❖ $f(x)=\sin(x)+x^2$ fonksiyonununun x' e göre türevi

```
f[x_] := Sin[x] + x2
```

```
In[5]:= f'[x]
```

```
Out[5]= 2 x + Cos[x]
```

```
In[8]:= D[f[x], x]
```

```
Out[8]= 2 x + Cos[x]
```

```
In[7]:= D[x2 + Sin[x], x]
```

```
Out[7]= 2 x + Cos[x]
```

Mathematica'da Calculus- 2. mertebeden Türev

- ❖ $f''[x]$
- ❖ $D[f[x],\{x,2\}]$

Mathematica'da Calculus- Taylor serisi

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$$

- ❖ a=0 noktasında e^x üstel fonksiyonu için Taylor serisini 10. terime kadar bulmak istersek

```
In[27]:= Series[E^x, {x, 0, 10}]
```

```
Out[27]= 1 + x +  $\frac{x^2}{2}$  +  $\frac{x^3}{6}$  +  $\frac{x^4}{24}$  +  $\frac{x^5}{120}$  +  $\frac{x^6}{720}$  +  $\frac{x^7}{5040}$  +  $\frac{x^8}{40320}$  +  $\frac{x^9}{362880}$  +  $\frac{x^{10}}{3628800}$  + O[x]11
```

Mathematica'da Calculus- Taylor serisi

- ❖ Normal forma çevirmek için

```
In[32]:= Normal[%]
```

```
Out[32]= 1 + x +  $\frac{x^2}{2}$  +  $\frac{x^3}{6}$  +  $\frac{x^4}{24}$  +  $\frac{x^5}{120}$  +  $\frac{x^6}{720}$  +  $\frac{x^7}{5040}$  +  $\frac{x^8}{40320}$  +  $\frac{x^9}{362880}$  +  $\frac{x^{10}}{3628800}$ 
```